

## Урок №9 (02.10.2007)

### Вынужденные колебания. Резонанс.

#### 1. Описание процесса.

Предположим, на осциллятор действует внешняя сила. Если сила постоянна, то это приводит к смещению центра равновесия, но более никак не влияет на характер движения осциллятора.

Предположим теперь, что сила носит периодический характер, например в простейшем осцилляторе – груз на пружине – стена, к которой прикреплена пружина, колеблется по некоему синусоидальному закону. Внешнюю силу, действующую таким образом, называют вынуждающей.

В этом случае движение системы во времени можно разделить на два участка: переходный процесс, когда система «помнит» начальные условия, и установившееся движение, определяемое параметрами вынуждающей силы.

#### 2. Уравнение движения.

Для случая, когда вынуждающая сила гармонически изменяется со временем, уравнение движения для случая вязкого трения можно записать так:  
$$m\ddot{x} = -kx - \beta\dot{x} + F_0 \cos \omega t .$$

Введём обозначения:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad 2\gamma = \frac{\beta}{m}, \quad f_0 = \frac{F_0}{m} .$$

Тогда наше уравнение приобретает вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t .$$

#### 3. Установившиеся колебания.

Рассмотрим сначала случай установившихся колебаний. Причём для простоты пренебрежём трением:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t .$$

Опыт показывает, что в конце концов изучаемая нами система начинает совершать колебания с частотой вынуждающей силы. Попробуем поискать решение в виде:

$$x(t) = a \cos \omega t .$$

Подставляя получим:

$$(-\omega^2 + \omega_0^2) a \cos \omega t = f_0 \cos \omega t ,$$

откуда получаем для амплитуды колебаний:

$$a = \frac{f_0}{\omega_0^2 - \omega^2} .$$

График полученной амплитуды от частоты вынуждающей силы выглядит так:

*продолжение по лекции 2002 года...*

